Dinero y Transacciones

Cash-In-Advance
(CIA)

Derry Quintana (gand.quintana@barcelonagse.eu)

Outline

Introducción

¿Porqué los agentes demandan dinero pese a que otros activos financieros tienen una rentalidad superior?

Los agentes necesitan dinero para realizar sus transacciones. En una economía donde gran parte de los bienes y servicios (e incluso inversiones) se puede adquirir con efectivo. Por ejemplo, la compra de bienes en comercios de retail pequeños.

El modelo CIA que captura ese rasgo se llama “efectivo de antemano” (CIA por sus siglas en inglés). Este modelo fue propuesto por Clower (1979), y desarrollada por Grandmont y Younes (1972) y Lucas (1980).

Estos autores incorporan explicitamente una restricción CIA en adición a la restricción presupuestaria de las familias.

Los supuestos de temporalidad son relevantes en la restricción CIA. Para Lucas (1980), los agentes definen su portafolio de cash y otros activos al inicio del periodo; mientras que para Svensson (1985) los mercados abren primero, por lo que es necesario tener el efectivo de antemano (acumulado el periodo anterior).

El modelo básico: Cash-In-Advance (CIA)

La función de utilidad

La utilidad total de la familia representativa en valor presente viene dada por:

$$V_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \, u\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) \tag{1}$$

Donde:

V_0 : Valor presente de los utilities.
$u()$: función de utilidad corriente, acotada, continuamente diferenciable, estrictamente creciente en los bienes de consumo, estrictamente decreciente en la cantidad de trabajo y estrictamente cóncava.
$0<\beta<1$: factor de descuento intertemporal.
$0 \leq c_t^1$: consumo de bienes al crédito.
$0 \leq c_t^2$: consumo de bienes al *cash*.
$0 \leq l_t \leq 1$: proporción del tiempo trabajada.

La restricción presupuestaria:

$$c_t^1 + c_t^2 + \frac{B_t}{P_t} - \frac{B_{t-1}}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_t} = A\, l_t + i_{t-1}\, \frac{B_{t-1}}{P_t} \tag{2}$$

La restricción CIA:

$$P_t\, c_t^2 \leq M_{t-1} \tag{3}$$

Donde:

A: Productividad del trabajo.
B_t: stock de bonos al final del periodo t.
M_t: stock de saldos de efectivo al final del periodo t.
i_{t-1}: tasa de interés nominal en el periodo t-1.
P_t: nivel de precios.

◀ | ▶

La función valor

La función de utilidad con infinitos periodos se puede partir en dos momentos: presente y futuro.

De (1):

$$V_0 = u(0) + \beta\, u\,(1) + \beta^2\, u(1) + \ldots \tag{4}$$

$$V_0 = u(0) + \beta\,[u\,(1) + \beta\, u(1) + \ldots] \tag{5}$$

$$V_0 = u(0) + \beta\, V_1 \tag{6}$$

La función de valor depende del poder de compra:

$$V_0 = V(\omega_0,\, m_{-1}) \tag{7}$$

Generalizando (6) para todo t y tomando en cuenta (7):

$$V(\omega_t,\, m_{t-1}) = u\left(c_t^1,\, c_t^2,\, l_t\right) + \beta\, V(\omega_{t+1},\, m_t) \tag{8}$$

Optimización

Tanto la restricción presupuestaria como la restricción CIA deben son expresadas en términos reales:

$$c_t^1 + c_t^2 + b_t + m_t = A\,l_t + b_{t-1}\,\frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t} + \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t} \tag{9}$$

Donde:

$$b_t = \frac{B_t}{P_t} \tag{10}$$

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} \tag{11}$$

$$1 + \pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} \tag{12}$$

El lado izquierdo de la ecuación (9) contiene los elementos de “compra de la familia” $\left\{c_t^1, c_t^2, b_t, m_t\right\}$. El lado derecho de la ecuación contiene las fuentes para realizar dicho conjunto de compras. Estos elementos contienen la producción laboral, el capital más los intereses de los bonos el periodo t-1 [$b_{t-1} \frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t}$] y los saldos reales que quedan de cash guardado en t-1 [$\frac{m_{t-1}}{1+\pi_t}$].

Por su parte, la restricción CIA implica que la persona solo puede comprar un conjunto de bienes (c_t^2) los cuales solamente son adquirido con efectivo guardado en t-1:

$$c_t^2 \leq \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t} \tag{13}$$

Poder de compra (ω_t)

$$\omega_t = c_t^1 + c_t^2 + b_t + m_t = A\, l_t + \left(\frac{1 + i_{t-1}}{1 + \pi_t}\right) b_{t-1} + m_{t-1}\left(\frac{1}{1 + \pi_t}\right) \frac{m_{t-1}}{1 + \pi_t} \qquad (14)$$

El lado izquierdo de (14) muestra los items que la persona puede comprar en el “supermercado”, mientras que el lado derecho muestra las fuentes para realizar dichas compras.

Optimización

El problema de la familia es elegir las sendas temporales de $\{c_t^1, c_t^2, b_t, m_t\}$ para maximizar la función de valor, dada por :

$$V(\omega_t, m_{-1}) = \max \left\{u\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) + \beta V(\omega_{t+1}, m_t)\right\} \tag{15}$$

Sujeto a :

$$\omega_t = c_t^1 + c_t^2 + b_t + m_t \tag{16}$$

$$c_t^2 \leq \frac{m_{t-1}}{1+\pi_t} \tag{17}$$

Ojo:

$$\omega_{t+1} = A\, l_{t+1} + \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) b_t + \frac{m_t}{1+\pi_{t+1}} \tag{18}$$

Condiciones de primer orden:

¿Cómo derivamos las sendas óptimas? La siguiente es la función de Lagrange:

$$L = u\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) + \beta\, V(\omega_{t+1}, m_t) + \lambda_t\left[\omega_t - c_t^1 - c_t^2 - b_t - m_t\right] + \gamma_t\left[\frac{m_{t-1}}{1+\pi_t} - c_t^2\right] \tag{19}$$

F.O.C.:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^1} = u_1\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) - \lambda_t = 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_t^2} = u_2\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) - \lambda_t - \gamma_t = 0 \tag{21}$$

$$\frac{\partial L}{\partial l_t} = u_l\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) + \lambda_t\, A = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_t} = \beta\, V_\omega(\omega_{t+1}, m_t)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) - \lambda_t = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = \beta\, V_\omega(\omega_{t+1}, m_t)\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right) + \beta\, V_m(\omega_{t+1}, m_t) - \lambda_t = 0 \tag{24}$$

Teorema de la envolvente:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_t} = \lambda_t = V_\omega(\omega_t, m_{t-1}) \tag{25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_{t-1}} = \left(\frac{1}{1+\pi_t}\right)\gamma_t = V_m(\omega_t, m_{t-1}) \tag{26}$$

De la ecuación (25), λ_t representa la utilidad marginal del poder de compra corriente. Y, de (26), γ_t representa el valor de los servicios de liquidez.

Caracterización de las condciones de óptimo:

De (20) y (23):

$$\lambda_t = u_1\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) = \beta\, u_1\left(c_{t+1}^1, c_{t+1}^2, l_{t+1}\right)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{27}$$

De (20) y (22):

$$\lambda_t = u_1\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right) = -\frac{u_l\left(c_t^1, c_t^2, l_t\right)}{A} \tag{28}$$

De (21), (23) y (24):

$$u_2\left(c^1_{t+1},\, c^2_{t+1},\, l_{t+1}\right) = \lambda_{t+1} + \gamma_{t+1} \tag{29}$$

$$\beta u_1\left(c^1_{t+1},\, c^2_{t+1},\, l_{t+1}\right)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) = \lambda_t \tag{30}$$

$$\beta\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right)\lambda_{t+1} + \beta\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right)\gamma_{t+1} = \lambda_t \tag{31}$$

$$\beta\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right)u_2\left(c^1_t,\, c^2_t,\, l_t\right) = \beta u_1\left(c^1_{t+1},\, c^2_{t+1},\, l_{t+1}\right)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{32}$$

$$u_2\left(c^1_{t+1},\, c^2_{t+1},\, l_{t+1}\right) = u_1\left(c^1_{t+1},\, c^2_{t+1},\, l_{t+1}\right)(1+i_t) \tag{33}$$

◀ | ▶

Interpretación

A diferencia de los bienes que pueden comprar al crédito, los bienes al cash pueden costar un poco más y dicho costo se refleja en la tasa de interés nominal. Sin embargo, socialmente producir ambos tipos de bienes tiene el mismo costo en términos de recursos utilizados. Por tanto, una tasa de interés nominal positiva implica una distorsión para la economía si ésta es positiva.

De (33)

$$\frac{\lambda_{t+1} + \gamma_{t+1}}{\lambda_{t+1}} = 1 + i_t \tag{34}$$

La tasa de interés nominal es positiva si y solo si el dinero brinda servicios de liquidez (γ_{t+1}>0). Si la tasa de interés nominal es positiva, la restricción CIA es binding.