Dinero en la función de utilidad

Derry Quintana

Cap .2, Monetary Theory and Policy, Walsh

Introducción

• Modelo de crecimiento neoclásico : un modelo de economía no - monetaria, sin medio de cambio−−no hay dinero−−que es usado para facilitar transacciones.

−− **Modelo de crecimiento de Solow** : una función producción que permite una sustitución suave entre mano de obra y capital, un proceso de acumulación de capital y un proceso de oferta de trabajo.Tal economía convergería a una senda de crecimiento de estado - estable.

−− **Modelos de ciclos económicos reales**: familias que anticipan el futur0 - forward looking−−eligen ahorro y oferta laboral para maximizar su utilidad a lo largo de la vida.

Un tema fundamental en teoría monetaria y modelación es : ¿cómo debemos modelar la demanda de dinero?¿cómo difieren las economías Arrow - Debreau (trueque) en modos que dan lugar a valores positivos de dinero?

Hay 3 modelos generales para incorporar dinero en los modelos de crecimiento :

Asumir que el dinero brinda utilidad (Sidrauski, 1967)

Imposicion de costos de transacción : Costos al intercambio de assets (modelos a la Baumol - Tobin)

El dinero como medio requerido para transacciones de ciertos bienes (modelos de cash - in - advance; i.e., Clower, 1967)

Dinero y tiempo se combinan para producir servicios de transacción para compras de bienes (Brock, 1974)
El trueque directo es costoso (modelos de búesqueda; i.e., Kiyotaki and Wright, 1989)
Dinero como activo utilizado para transferir recursos intertemporalmente (Samuelson 1958; modelos de OLG con dinero).

El Modelo Básico

Para el modelo básico (modelo de agente representativo), ignoramos la incertidumbre y cualquier elección de ocio del trabajador, enfocándonos en las implicaciones del modelo de demanda de dinero, el valor del dinero y los costos de inflación.

Supongamos que la función de utilidad de la familia representativo es :

$$U_t = u\left(c_t, z_t\right) \tag{1}$$

donde:
z_t: es el flujo de servicios provistos por las tenencias de dinero
c_t: es el consumo per - cápita en el momento t.
U_t (el nivel de utilities) es creciente tanto respecto a tenencias de dinero cuanto de consumo, estrictamente cóncava y continuamente diferenciable.

¿Cómo explicar que z_t entre al modelo?

Con el supuesto de agentes económicos racionales, lo que debe importar es el comando sobre bienes que son representados por esos soles mantenidos en lugar del número de soles; en términos per - cápita:

$$z_t = M_t/P_t \equiv mt \tag{2}$$

Notar : la utilidad marginal del dinero posteriormente llegará a ser negativa para suficientemente altos saldos monetarios.

• La utilidad total de la familia representativa es :

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(c_t, m_t\right) \tag{3}$$

donde $0 < \beta < 1$ es una tasa subjetiva de descuento.

Problema de decisión : la familia representativa elige las sendas temporales de consumo, inversión y saldos monetarios reales sujetas a la restricción presupuestaria.

La ecuación (3) implica que si se mantiene constante la senda de consumo real para todo t, la utilidad individual se incrementa con el aumento de tenencias de dinero.

Recordar : usualmente pensamos que la demanda por dinero es instrumental porque mantenemos dinero para comprar bienes y servicios que son los que en realidad rinden utilidad. Añadir dinero a la función de utilidad es solo un atajo útil para asegurar que hay demanda por dinero.

La Restricción Presupuestaria

Para completar la modelación, necesitamos especificar la restricción presupuestaria.

¿Que recursos tenemos? : ingreso corriente (producto), tenencias de stock de capital, activos (bonos) y dinero, medidos a fin de período anterior.

¿En qué se asignan? : consumo, inversión (capital físico), bonos y tenencias de dinero

La restricción presupuestaria de la familia viene dada por:

$$c_t + k_t - (1-\delta)k_{t-1} + \frac{B_t}{P_t} - \frac{B_{t-1}}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t-1}}{P_t} = y_t + i_{t-1}\frac{B_{t-1}}{P_t} \tag{4}$$

: donde δ es la tasa de depreciación del capital.

En el modelo MIU se asume que las tenencias de dinero de las familias que rinden utilidad son las mantenidas a fin de periodo, $\frac{M_t}{P_t}$, después de haber adquirido los bienes de consumo.

Carlstrom and Fuerst (2001) argumentan que son las tenencias de saldos monetarios antes de comprar bienes los que rinden utilidad.

Se asume que función producción individuales una función del stock de capital per - cápita :

$$y_t = f(k_{t-1}) \tag{5}$$

La función producción (y_t) se asume continuamente diferenciable y satisface las condiciones Inada usuales

$$f_k > 0, f_{kk} < 0, \ \lim_{k\to 0} f_k(k) = +\infty, \lim_{k\to\infty} f_k(k) = 0 \tag{6}$$

Expresando la restricción presupuestaria en términos reales:

$$c_t+k_t-(1-\delta)k_t+b_t-b_{t-1}\left(\frac{1}{1+\pi_t}\right)+m_t-m_{t-1}\left(\frac{1}{1+\pi_t}\right) = f(k_{t-1})+b_{t-1}\left(\frac{i_{t-1}}{1+\pi_t}\right) \tag{7}$$

Donde :

$$b_t = \frac{B_t}{P_t} \tag{8}$$

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} \tag{9}$$

$$1+\pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} \tag{10}$$

Reagrupando en términos de poder de compra (ω_t):

$$\omega_t = c_t + k_t + b_t + m_t = f\left(k_{t-1}\right) + (1-\delta)k_{t-1} + \left(\frac{1+i_{t-1}}{1+\pi_t}\right) b_{t-1} + m_{t-1}\left(\frac{1}{1+\pi_t}\right) \tag{11}$$

La Función de Valor

El problema de la familia es escoger sendas temporales para $\{c_t, k_t, b_t, m_t\}$ y maximizar la función de utilidad (3) sujeta a la restricción presupuestaria (11).

El problema de optimización (programación dinámica) permite obtener la función de valor.

La función de valor provee el valor de utilidad máximizado que las familias pueden alcanzar al comportarse óptimamente, dado su estado actual.

La variable de estado es la de los recursos iniciales de la familia ω_t

Optimización

El problema de la familia es elegir las sendas temporales de $\{c_t, k_t, b_t, m_t\}$ para maximizar la función de valor, dada por :

$$V\left(\omega_t\right) = \max\left\{u\left(c_t, m_t\right) + \beta V\left(\omega_{t+1}\right)\right\} \tag{12}$$

basado en :

$$\omega_t = c_t + k_t + b_t + m_t \tag{13}$$

se usa ω_{t+1} dado que necesitamos sea optimizado en t :

$$\omega_{t+1} = f\left(k_t\right) + (1-\delta)k_t + \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) b_t + m_t\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{14}$$

¿Cómo derivamos ahora las sendas óptimas?

La siguiente es la función de Lagrange:

$$L = u\left(c_t, m_t\right) + \beta V\left(\omega_{t+1}\right) + \lambda_t\left[\omega_t - c_t - k_t - b_t - m_t\right] \tag{15}$$

donde:

$$\omega_{t+1} = f\left(k_t\right) + (1-\delta)k_t + \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) b_t + m_t\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{16}$$

Las condiciones necesarias de primer orden de este problema son:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} = u_c(c_t, m_t) - \lambda_t = 0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial k_t} = \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left[f_k\left(k_t\right) + (1-\delta)\right] - \lambda_t = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b_t} = \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) - \lambda_t = 0 \tag{19}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_t} = u_m(c_t, m_t) + \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right) - \lambda_t = 0 \tag{20}$$

Teorema de la envolvente:

$$\frac{\partial L}{\partial \omega_t} = \lambda_t = V_\omega\left(\omega_t\right) \tag{21}$$

La condición de transversalidad :

$$\lim_{T\to 0} \beta^T \lambda_T x_T = 0, \text{para } x = k, b, m \tag{22}$$

Donde λ_T es la utilidad marginal del consumo en el periodo terminal (T) y (22) significa que el valor descontado de las tenencias de activos deben ser cero en el tiempo infinito.

En general, la condición de transversalidad especifica lo que sucede cuando pasamos a un tiempo fuera del horizonte de planeamiento temporal.

Intuicion : desde que λ_t es la utilidad marginal del periodo t de consumo, si se tiene completa flexibilidad en elegir consumo en el tiempo infinito, uno quisiera escoger aquel nivel de manera que su valor marginal es cero.

Si hay cualquier flexibilidad al final del horizonte de tiempo, entonces el beneficio marginal de tomar ventaja de esa flexibilidad debe ser cero.

Interpretaciones económicas de las CPOs

• El teorema de la envolvente implica

$$u_c(c_t, m_t) = \lambda_t = V_\omega\left(\omega_t\right) \tag{23}$$

Intuición : si se incrementa mi poder de compra (ω_t), crecen mis utilities corrientes $(u(c_t, m_t))$; por ende, el valor presente de mis utilities de toda la vida ($V_\omega\left(\omega_t\right)$).

De (17) y (18):

$$\lambda_t = u_c(c_t, m_t) = \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left[f_k\left(k_t\right) + (1-\delta)\right] \tag{24}$$

Intuición : La persona en sus decisiones de consumo versus inversión en capital físico encuentra que los menores utilities (por menor consumo y mayor inversión) en el momento t se compensan con la ganancia de mayores utilities en en el momento t+1, dada la mayor producción de bienes por inversión (productividad marginal del capital neta de depreciación).

De (17) y (19):

$$\lambda_t = u_c(c_t, m_t) = \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{25}$$

Intuición : La persona en sus decisiones de consumo versus compra de bonos encuentra que los menores utilities (por menor consumo y mayor compra de bonos) en el momento t se compensan con la ganancia de mayores utilities en en el momento t+1, dada la rentabilidad real de los bonos [tasa de interés real]

De (17) y (20):

$$\lambda_t = u_c(c_t, m_t) = u_m\left(c_t, m_t\right) + \beta V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)\left(\frac{1}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{26}$$

Intuición : La persona en sus decisiones de consumo versus acumulación de cash encuentra que los menores utilities (por menor consumo y mayor acumulación de cash) en el momento t se compensan con la ganancia de mayores utilities en dos formas:

El dinero rinde utilidad directamente en el momento t

Los saldos monetarios reales en el momento t añaden $\frac{1}{1+\pi_{t+1}}$ a los recursos reales en el momento t+ 1; esta adición a ω_{t+1} tiene un valor $V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)$ en t + 1, o $V_\omega\left(\omega_{t+1}\right)$ en el momento t [valor presente de los utilities adicionales del futuro].

Ahora, de (18) y (19):

$$f_k\left(k_t\right) + (1-\delta) = \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) \tag{27}$$

Intuición: La expresión anterior es la condicioón de no arbitraje. La persona es indiferente entre invertir en bonos o capital cuando la rentabilidad real de ambos activos es la misma.

De (17), (19), (20) :

$$u_m(c_t, m_t) = u_m\left(c_t, m_t\right)\left(\frac{i_t}{1+i_t}\right) \tag{28}$$

Intuición : m

(28) muestra que $\left(\frac{i_t}{1+i_t}\right)$ tiene la interpretación del precio relativo de los saldos monetarios reales en términos de bienes de consumo.

La tasa marginal de sustitución entre dinero y consumo es igual al precio, o el costo de oportunidad de mantener dinero.

El costo de oportunidad de mantener dinero está directamente relacionado a la tasa nominal de interés, i_t. La familia podría mantener una unidad menos de dinero, adquiriendo es su lugar bonos que rindan una tasa de retorno.

El valor real de este pago es $i_t/(1+\pi_{t+1})$, y desde que es recibido en el periodo $t+1$, su valor presente es $\frac{i_t}{(1+\pi_{t+1})(1+r_t)} = \frac{i_t}{1+i_t}$.